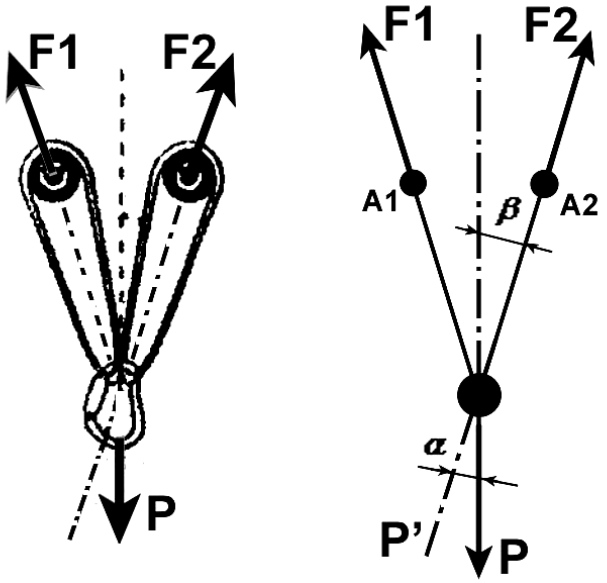
Задача №2.

Задание: Рассчитать значения нагрузки в анкерном устройстве при соединении между собой двух анкерных точек, с использованием двух самостоятельных петель при различных углах расположения канатов относительно вертикальной оси. Проанализировать правильность Приложении №13 «Правил по охране труда при работе на высоте».

Решение.

1. Представим реальную и условную схемы расчета (см. Рис. 2.1).



а) Реальная схема б) Условная схема

Рис. 2.1. Схемы расчета

Правомочность условной схемы обоснована такими допущениями как симметричность соединения и его элементов, а также возможностью пренебречь размерами карабина, сведя его к одной точке.

2. Рассчитаем усилия, возникающие в анкерных точках, при симметричном нагружении, т.е. при условии, что $\alpha = 0$.

Построим суперпозицию приложенных сил, т.е. параллелограмма сил (см. Рис. 2.2)

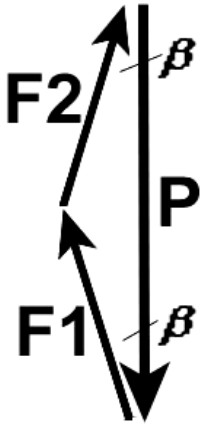


Рис. 2.2. Параллелограмм сил при симметричной схеме нагрузки.

Из приведенного параллелограмма имеем следующие векторное и скалярное равенства:

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{P}; \quad F_1 \cos\beta + F_2 \cos\beta = P$$

Учитывая, что схема симметрична (т.е. $F_1 = F_2$), получим:

$$F = F_1 = F_2 = \frac{P}{2\cos\beta}$$

3. Рассчитаем усилия, возникающие в анкерных точках, при несимметричном нагружении, т.е. при условии, что $\alpha \neq 0$.

Отдельно отметим, что диапазон угла α составляет $[0;\beta]$. При углах отклонения $\alpha > \beta$, вся нагрузка будет приходиться на одно анкерное устройство (в данном случае - A_2), а другое анкерное устройство нагрузки испытывать не будет. При этом угол одного каната с вертикальной осью будет изменяться в сторону увеличения, а второй канат потеряет натянутое (линейное) состояние и будет провисать между анкерной точкой и карабином. Так будет происходить потому, что канат может передавать исключительно осевые нагрузки растяжения.

Представим суперпозицию сил при несимметричной нагрузке, когда работают оба каната. Т.е. при условии неравенства сил ($F_1 \neq F_2$) в диапазоне угла наклона результирующей силы P, равном $0 < \alpha \leq \beta$ (см. Рис. 2.3).

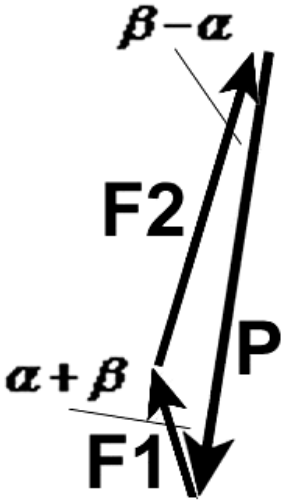


Рис. 2.3. Параллелограмм сил при несимметричной схеме нагрузки

Из приведенного параллелограмма имеем следующее векторное и скалярные равенства. Причем последние (скалярные) равенства получаются путем проецирования векторов $\overrightarrow{F_1}$ и $\overrightarrow{F_2}$ на вектор $\overrightarrow{P}$ и нормаль к нему:

$$\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{P};$$

$$\begin{cases} F_1 \cos(\beta+\alpha) + F_2 \cos(\beta-\alpha) = P; \\ F_1 \sin(\beta+\alpha) - F_2 \sin(\beta-\alpha) = 0 \end{cases}$$

Разделим почленно все слагаемые уравнений системы на P, и введем подстановку вида: $X_1 = \frac{F_1}{P}$ и $X_2 = \frac{F_2}{P}$. В результате получим следующую систему:

$$\begin{cases} X_1 \cos(\beta+\alpha) + X_2 \cos(\beta-\alpha) = 1; \\ X_1 \sin(\beta+\alpha) - X_2 \sin(\beta-\alpha) = 0 \end{cases}$$

Решаем полученную систему.

$$X_1 = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)} X_2;$$

$$\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)} X_2 \cdot \cos(\beta+\alpha) + X_2 \cos(\beta-\alpha) = 1;$$

$$X_2 \left(\frac{\sin(\beta-\alpha)\cdot\cos(\beta+\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)} + \cos(\beta-\alpha) \right) = 1;$$

$$X_2 = \frac{1}{\frac{\sin(\beta-\alpha)\cdot\cos(\beta+\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)} + \cos(\beta-\alpha)} = \frac{1}{\frac{\sin(\beta-\alpha)}{tg(\beta+\alpha)} + \cos(\beta-\alpha)};$$

$$X_1 = \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)} \cdot \frac{1}{\frac{\sin(\beta-\alpha)}{tg(\beta+\alpha)} + \cos(\beta-\alpha)}.$$

Далее решим поставленную задачу табличным способом.
Учтем, что область определения функции по переменной α имеет рабочий диапазон

$$D(\alpha) = [0;\beta].$$

При превышении угла $\alpha > \beta$, наступает иной режим нагрузки, когда работает на растяжение только один канат (нагрузка на нем постоянна $F_2 = const = P$), причем он меняет свое положения (на угол $\alpha + \Delta\alpha$). Второй же канат свободно свисает, не передавая нагрузки, т.е. $F_1 = 0$.
Для задания области определения функции переменной β предположим, что:

1. Расстояние между анкерными точками $L_{A1A2} = 12$м (максимально допустимое по данным правилам).
2. Максимальные геометрические размеры анкерного крепления – не более $h = 0{,}1$м.
3. Максимальный размер карабина (по вертикали) – не более $l = 0{,}15$м.

Тогда $\beta_{\min} = \arcsin\frac{h}{L_y} = \frac{0{,}1}{6{,}0} \approx 1°$; $\beta_{\max} = 90 - arctg\frac{2l}{L_{A1A2}} = 90 - \frac{2\cdot 0{,}15}{12{,}0} \approx 88{,}5°$

Таким образом, область определения переменной β включает диапазон:

$$D(\beta) = [1;88{,}5];$$

Внесем расчетные данные в сведенную таблицу, ограничившись заданным рядом переменных (см. Табл. 2.1).

Таблица 2.1.

α,°	β,°													
	1		15		30		45		60		75		88,5	
	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
0	0,5000	0,5000	0,5176	0,5176	0,5774	0,5774	0,7071	0,7071	1,0	1,0	1,9319	1,9319	19,1008	19,1008
15	0	1,0	0	1,0	0,2989	0,8164	0,5000	0,8660	0,8165	1,1154	1,7321	2,0	18,3205	18,5794
30	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,2588	0,9659	0,5774	1,1547	1,4142	1,9319	16,2916	16,7918
45	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,2989	1,1154	1,0000	1,7321	13,1526	13,8600
60	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,5176	1,4142	9,1172	9,9835
75	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	4,4605	5,4268
88,5	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0

Выводы:

1. Из указанных в Приложении №13 «Правил по охране труда при работе на высоте» нагрузок в анкерном устройстве при соединении между собой двух анкерных точек, с использованием двух самостоятельных петель при различных углах расположения канатов относительно вертикальной оси часть значений совпали (зеленый цвет), часть – нет (красный цвет) (см. Табл. 2.1).

α ,°	β , °													
	1		15		30		45		60		75		88,5	
	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2	X_1	X_2
0	0,5000	0,5000	0,5176	0,5176	0,5774	0,5774	0,7071	0,7071	1,0	1,0	1,9319	1,9319	19,1008	19,1008
15	0	1,0	0	1,0	0,2989	0,8164	0,5000	0,8660	0,8165	1,1154	1,7321	2,0	18,3205	18,5794
30	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,2588	0,9659	0,5774	1,1547	1,4142	1,9319	16,2916	16,7918
45	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,2989	1,1154	1,0000	1,7321	13,1526	13,8600
60	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0,5176	1,4142	9,1172	9,9835
75	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	4,4605	5,4268
88,5	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0	0	1,0

2. Анализ расчетов показывает, что для более нагруженных анкеров ($A2$):
   2.1. При увеличении угла β , что происходит при «разводе» анкерных точек (т.е. увеличении расстояния между ними), происходит увеличения нагрузки на анкер.
   2.2. При увеличении угла α (угол отклонения полезной нагрузки от вертикали) при углах наклона каната $\beta \le 45°$ - нагрузка неуклонно растет, достигая максимума; при углах $\beta > 45°$ - нагрузка вначале растет, а затем – снижается, достигая равенства с полезной нагрузкой P .
3. Для менее нагруженных анкеров ($A1$) при росте угла α происходит неуклонное снижение нагрузки.

Все это можно видеть на представленном графике, где отображено соотношение усилия в наиболее нагруженной анкерной точке и груза ($X_2 = \frac{F_2}{P}$) в зависимости от углов α и β (см. Рис. 2.4)

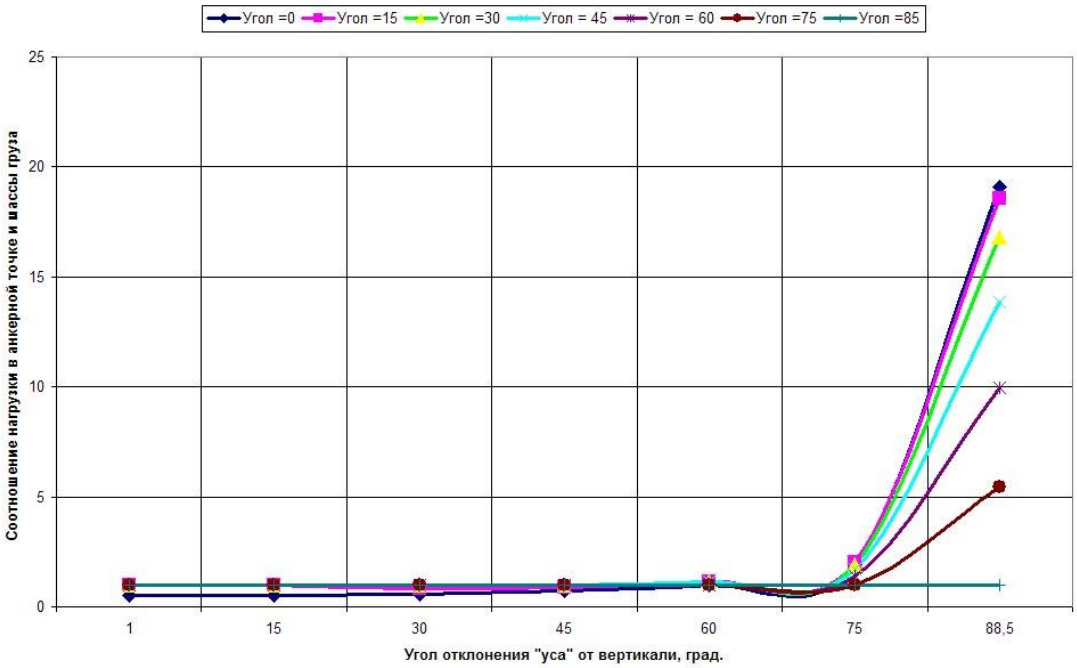


Рис. 2.4