

Реальный коэффициент полезного действия (КПД) полиспаста 6:1

Задание: Определить реальный коэффициент полезного действия (КПД) полиспаста с определенным теоретическим передаточным отношением.

Решение.

1. В зависимости от организации полиспаст может иметь несколько конструктивных решений, от простого – к сложному. Поэтому при неизменном передаточном отношении возможны различные комбинации (а, следовательно, и число) используемых роликов, карабинов, диаметров канатов и т.д.

2. Рассмотрим две схемы организации полиспаста с одинаковым передаточным отношением, например, 6:1. Их отличие состоит в отсутствии и наличии обводного ролика (Рис.1).

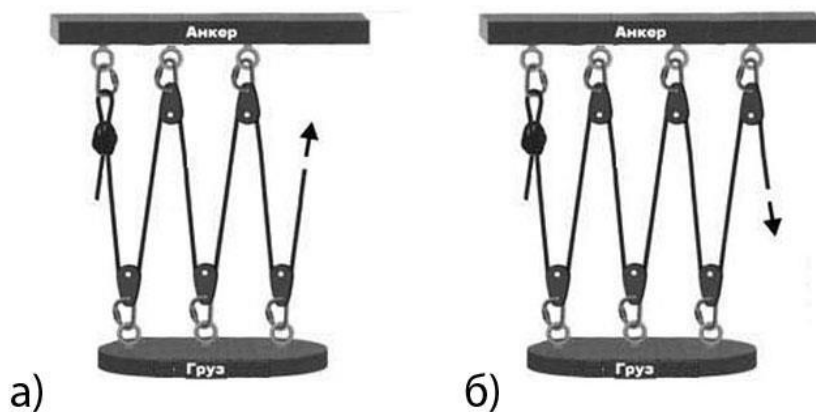


Рис.1

3. Рассчитаем теоретический и реальный выигрыш в силе при использовании обеих схем. Из рисунка видно, что передаточное отношение обеих схем идентичное $k_T=6$ (Рис.2).

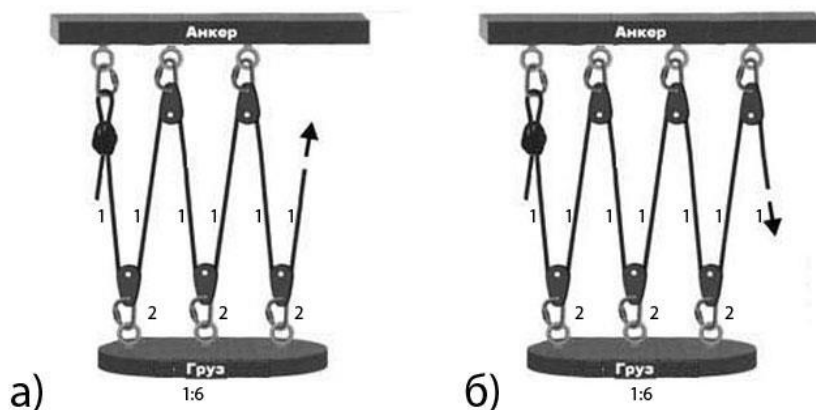


Рис.2

В реальности ситуация несколько иная, и объясняется это наличием механических потерь (на трение) в подвижных узлах (соединениях) полиспаста (в данном случае, это шарикоподшипники роликов и пара «шкив ролика – веревка»).

Допустим, что в обоих полиспастах используются абсолютно одинаковые ролики, веревки и прочие элементы. Тогда усилия в ветвях будут распределяться следующим образом, согласно приведенного рисунка (Рис.3).

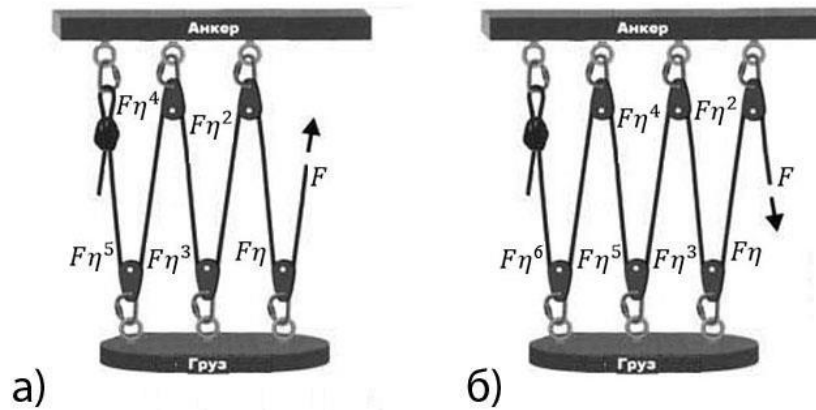


Рис.3

Отсюда суммарные усилия для приведенных полиспастов будут равны:

Для схемы без обводного ролика:

$$F_1 = \sum F = F + F\eta + F\eta^2 + F\eta^3 + F\eta^4 + F\eta^5 = F(1 + \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5)$$

Для схемы с обводным роликом:

$$F_2 = \sum F = F\eta + F\eta^2 + F\eta^3 + F\eta^4 + F\eta^5 + F\eta^6 = F(\eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6)$$

Определим реальный выигрыш в силе при использовании указанных схем организации полиспастов.

Для схемы без обводного ролика:

$$k_1 = \frac{F_1}{F} = \frac{F(1 + \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5)}{F} = 1 + \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5$$

Для схемы с обводным роликом:

$$k_2 = \frac{F_2}{F} = \frac{F(\eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6)}{F} = \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6$$

Учитывая, что значение КПД самого ролика $\eta = 0,91$, получим:

Для схемы без обводного ролика:

$$k_1 = 1 + \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 = 4,801$$

Для схемы с обводным роликом:

$$k_2 = \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6 = 4,369$$

Таким образом, можно видеть, что при использовании полиспаста со схемой организации без обводного ролика выигрыш в силе составляет 1:4,801, а с обводным роликом – 1:4,369.

4. Определим коэффициент полезного действия (КПД) полиспаста для обеих схем организации. КПД любой механической системы, связанной с перемещением тела, определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{A_2}{A_1} = \frac{F_2 s_2}{F_1 s_1}$$

где:

A_1, F_1, s_1 – общая работа (на входе), сила, и расстояние, на котором действует сила, Н;

A_2, F_2, s_2 – полезная работа (на выходе), сила, и расстояние, на котором действует сила, Н.

Учтем, что при использовании в полиспасте нерастяжимой веревки (принятое допущение), соотношение расстояний, на котором действуют обе силы, равно его теоретическому передаточному отношению, т.е.:

$$\frac{s_1}{s_2} = k_T$$

Отсюда получим:

$$\lambda = \frac{F_2 s_2}{F_1 s_1} = \frac{F_2 s_2}{F_1 s_2 k_T} = \frac{F_2}{F_1 k_T}$$

Определим реальный КПД при использовании указанных схем организации полиспастов. Для схемы без обводного ролика:

$$\lambda_1 = \frac{4,801}{1 \cdot 6} \times 100\% = 80,02\%$$

Для схемы с обводным роликом:

$$\lambda_1 = \frac{4,369}{1 \cdot 6} \times 100\% = 72,81\%$$

5. Практическая часть.

Рассчитаем коэффициент полезного действия подшипников качения, используемых в простой системе организации полиспаста с передаточным отношением 1:6 с использованием веревок различных диаметров.

Все исходные для расчета данные получены в результате проведенных испытаний.

В ходе испытаний использовались:

1. Простые полиспаст-блоки «Спасатель 3» и «Спасатель 3+» с передаточным соотношением (теоретическим) 1:6.
2. Вербки различных диаметров (6, 8 и 11 мм).
3. Блок-ролики диаметром (наружный/внутренний): 35/27 мм.

Полиспаст-блоки «Спасатель 3» и «Спасатель 3+» представляют собой простые полиспасты с передаточным соотношением 1:6 с обводным роликом (Рис.4).



Рис.4.

Следовательно, его передаточное отношение (реальное) определяется как:

$$k = \eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6$$

Учитывая, полученные опытным путем реальные передаточные соотношения полиспастов, определим КПД блок-роликов при использовании различных диаметров веревок.

Расчетные уравнения:

Для веревки диаметром 6мм: $\eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6 = 4,038;$

Для веревки диаметром 8мм: $\eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6 = 3,303;$

Для веревки диаметром 11мм: $\eta + \eta^2 + \eta^3 + \eta^4 + \eta^5 + \eta^6 = 2,384$

Решим полученные уравнения приближенным числовым методом, учитывая, что алгебраические уравнения n -ой степени ($n \geq 5$) в общем случае в радикалах не решаются, т.е. не существует формул, которые давали бы возможность вычислить корни уравнения по его коэффициентам (это впервые доказал норвежский математик Нильс Абель).

Однако, корни уравнения n -ой степени могут быть найдены с любой наперед заданной точностью при помощи численных методов (методом Лагерра и др.).

Решим уравнения с помощью онлайн-калькулятора (<http://www.mathforyou.net/AnyPowSol.html>).

Зададим требуемую точность нахождения корней (0,001) и максимальное количество итераций, которое предполагается при этом затратить (30).

Решая полученные уравнения (относительно x), получим следующие варианты решений:

Для веревки диаметром 6мм:

$$x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 4,038 = 0$$

$$x_1 = 0.8877872833059463 + i \cdot 7.695642675271 \cdot 10^{-7}$$

$$x_2 = -0.7617802034929847 + i \cdot 1.1572466419978353$$

$$x_3 = -0.7617733954146435 - i \cdot 1.1572470367517074$$

$$x_4 = 0.5234967426883756 + i \cdot 1.1853290146215438$$

$$x_5 = 0.5235003950295056 - i \cdot 1.1853233821214701$$

$$x_6 = -1.4112308221161995 - i \cdot 6.0073104691 \cdot 10^{-6}$$

Для веревки диаметром 8мм:

$$x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 3,303 = 0$$

$$x_1 = 0.8314418557966005 - i \cdot 0.000079497151096829$$

$$x_2 = -0.7406115654555929 + i \cdot 1.1266978748586389$$

$$x_3 = -0.7406894611850887 - i \cdot 1.1266390171524144$$

$$x_4 = 0.511625704564142 + i \cdot 1.1530369392307634$$

$$x_5 = 0.5115390481930116 - i \cdot 1.1530632215833662$$

$$x_6 = -1.373305581913073 + i \cdot 0.00004692179747518$$

Для веревки диаметром 11мм:

$$x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x - 2,384 = 0$$

$$x_1 = 0.740607373175439 + i \cdot 5.258832356733 \cdot 10^{-6}$$

$$x_2 = -0.7080753075592822 + i \cdot 1.08103551880891937$$

$$x_3 = -0.708094704840273 - i \cdot 1.08103928020000308$$

$$x_4 = 0.4957946039723564 + i \cdot 1.1039775417320996$$

$$x_5 = 0.4958034251468639 - i \cdot 1.1039884272512903$$

$$x_6 = -1.3160353898951046 + i \cdot 9.38807791766 \cdot 10^{-6}$$

Далее введем физическое ограничение, которому должен соответствовать искомый корень указанных уравнений. Учитывая, что это КПД, он должен находиться в промежутке от 0 до 1:

$$x = [0; 1]$$

Проведенный анализ показывает, что из всех приведенных корней требуемым условиям соответствуют следующие корни:

Для веревки диаметром 6мм:
 $x = 0,8878$

Для веревки диаметром 8мм:
 $x = 0,8314$

Для веревки диаметром 11мм:
 $x = 0,7406$

Далее отметим, что приведенные КПД соответствуют элементу «блок-ролик (с подшипником) – веревка», и определяются по формуле:

$$\lambda_{БР-В} = \lambda_{П} \lambda_{В-Р}$$

где: $\lambda_{П}$ – КПД шарикоподшипника блок-ролика;
 $\lambda_{В-Р}$ – КПД пары «ролик – веревка»

Отсюда КПД пары «ролик – веревка» будет определяться по формуле:

$$\lambda_{В-Р} = \frac{\lambda_{БР-В}}{\lambda_{П}} \cdot 100\%$$

Потери (механические) на трение в паре «ролик – веревка» составят:

$$\psi_{В-Р} = 100\% - \lambda_{В-Р}$$

Произведем требуемые вычисления, и полученные результаты занесем в сводную таблицу (Таб.1).

Таблица 1.

КПД полиспаста 6:1 (в целом) и его элементов в зависимости от диаметров используемых верёвок на примере Полиспаст-блок Спасатель 3+ (диаметр ролика наружный/внутренний: 35/27 мм)

№ п/п	Диаметр верёвки, мм	Вес груза, кг	Масса противовеса, кг		Соотношение полиспаста		КПД полиспаста, %	КПД пары «ролик с подшипником – веревка», %	КПД подшипника (справочные данные)	КПД пары «ролик – веревка», %	Потери в паре «ролик – веревка», %
			расчет	факт	расчет	факт					
1	6	60	10	14,860	6:1	4,038:1	67,300	88,78	0,91	97,56	2,44
2	8	60	10	18,165	6:1	3,303:1	55,050	83,14	0,91	91,36	8,64
3	11	60	10	25,165	6:1	2,384:1	39,733	74,06	0,91	81,38	18,62

Выводы:

1. КПД системы полиспаста зависит от количества, вида и размеров используемых роликов, применяемых подшипники, рабочего каната (верёвки). Причем, чем элементов больше, тем КПД меньше (при одинаковых способах организации полиспаста).
2. КПД пары «ролик – веревка» находится в обратной зависимости от диаметра используемой в полиспасте веревки: чем диаметр веревки ниже, тем КПД выше. Это объясняется, прежде всего, меньшим уровнем усилий, требуемых на ее деформирование при прилегании в «ручье» шкива блок-ролика.
3. КПД ближних к тяговому концу роликов гораздо больше влияет на КПД всей системы, чем КПД конечных роликов.